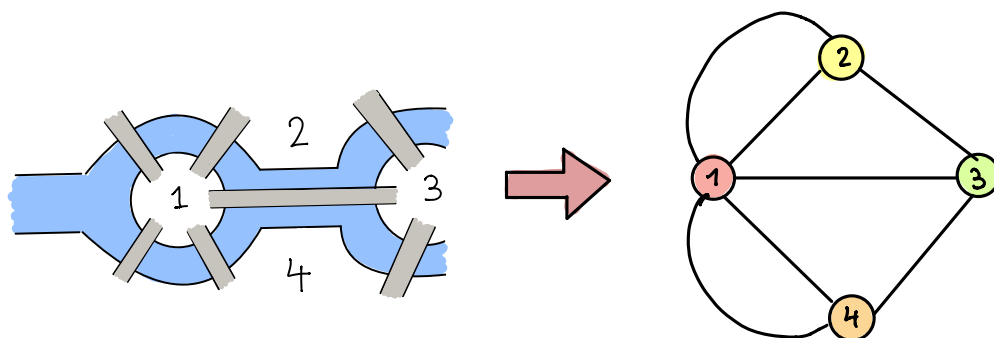


תורת הגרפים

לימודים



חלק 2 : מסלול אוילר

כתיבה:

Ori Feldman
Michal Feldman

אוני פלדמן
מיכ פלדמן

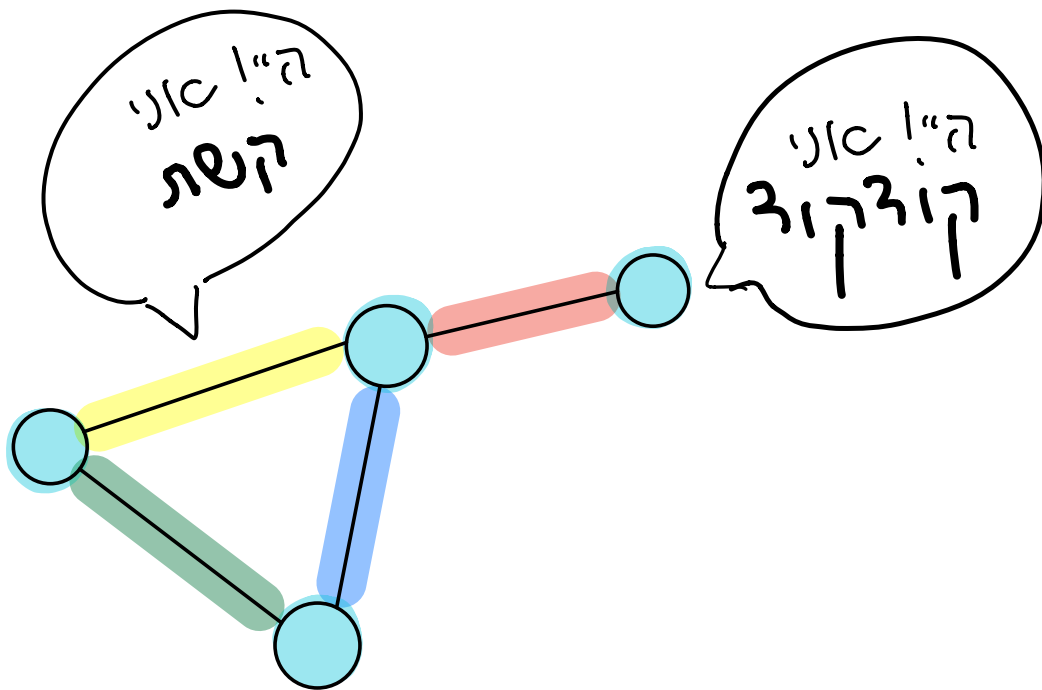
דואר: orifeld
mfeldmantau@gmail.com

מהו גרף ?

גרף הוא אוסף של

צ'טאים המחוברים זה לזו קווים

עצ'טאים אנו קוראים קודקודים ואקווים אנו קוראים קשתות.



אמה זה בטל מאנין?

אנשים יכולים אייזג הרבה פברים באולם שלנו.

דוגמא 1:

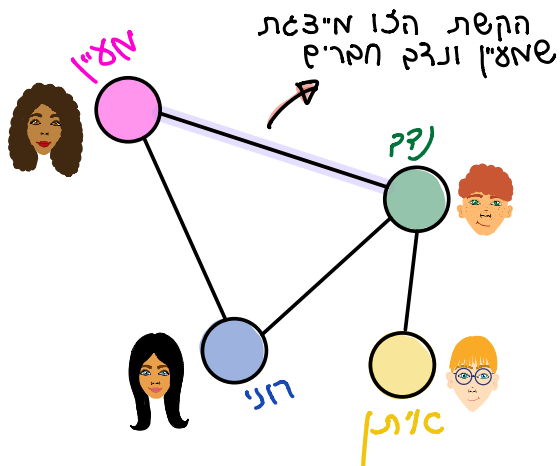
חברים ברשתות חברתיות.



מאין, רוני, נרג ואתן נמצאים ברשת החברתית פייסבוק. ברף החברות, כא קורקור מייזג את אחר היצרים,

וקשת בין שני קורקורים מייזג ששני היצרים בקצות הקשת הם חברים.

האיטו ברף החברות האו וכיתקו מי זוגות החברים



- _____ -1 _____ מאנין
- _____ -1 _____ מאנין
- _____ -1 _____ מאנין
- _____ -1 _____ מאנין

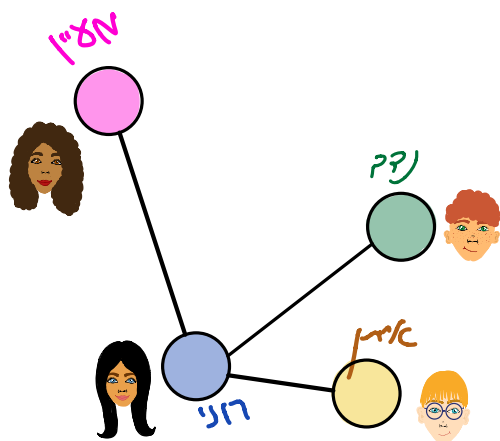
דוגמא 2:



מאעים בין אנשים בממן מפפה, כמו מפפת הקורונה.

ברף המאעים, כא קורקור מייזג את אחר היצרים,

וקשת בין שני קורקורים מייזג שהיה מאע בין שני יצרים.



האיטו ברף האו, וכיתקו מי נפאש עס מי:

- _____ -1 _____ נפאשו
- _____ -1 _____ נפאשו
- _____ -1 _____ נפאשו

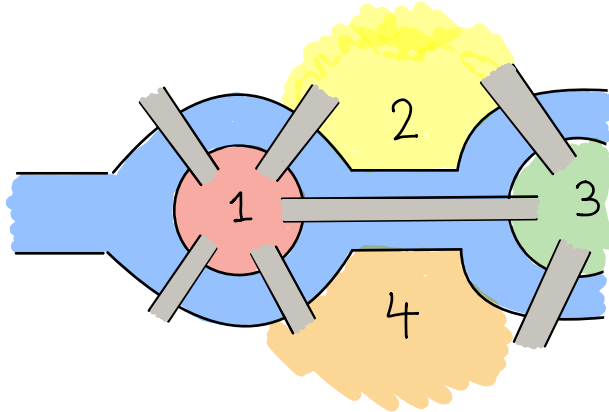
גרפים יכולים גם איצט גרפים מפתעים יותר.

אמשל, הנה בעית יחשירים של קניטסקורט.

כו העיר קניטסקורט, עיר ברוסיה.

בעיר עובר נהר גדול (פרוט) שמחלק סות העיר א-4 חלקים שונים:

אסוי קטמטע (איטור 1) ואעור 3 איטורים (איטורים 2, 3, 4).

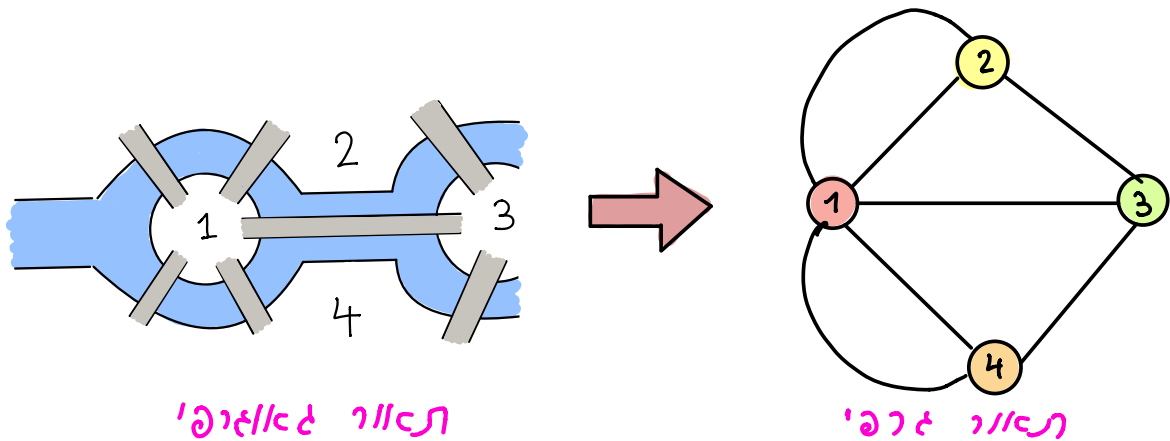


כדי אעצור אטונשים אעצור איטור אטור, בע 7 גשרים.

השאלה: האם אפשר אעצור אע 7 הגשרים בנצק קאי אהכות אק אורז מהם פעמיים?

נסו אטייל אט האנכט אטורק הגשרים ואתקוק האט קייט מטלטל כנה.

תיאור של הקעיה באמצעות גרף:



תיאור אאאורי

תיאור גרפי

כא איטור במפה ניצט אע ידי קורקוז בטרף.

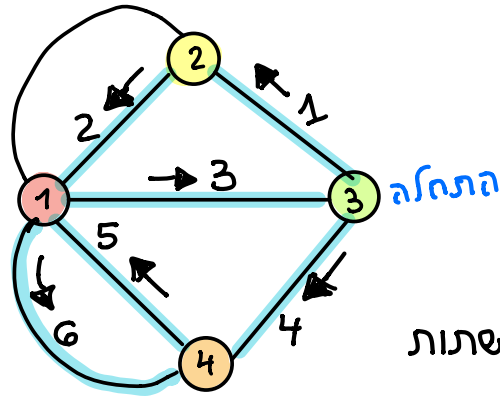
אמשל, האט במפה (איטור 1) מיוצט אע ידי קורקוז 1 בטרף.

כא גשר במפה ניצט אע ידי קשת בטרף, המחקרת את האיטורים

קינהט מחקר הגשר. אדוטמא, הקשת 1-3 מייצט את הגשר המחבר

את איטורים 1 ו-3.

זוכרים את **השאלה** מאמאם? הנה אותה השאלה בשפה של גרפים:
 האם קיים מסלול בערך שזוגי של כל קצה קצוות באות
 כלי אלהים את העיפון מהגוף?



בואו ננסה:

ציקלו אחר החצים
 אפי סדר המספרים.

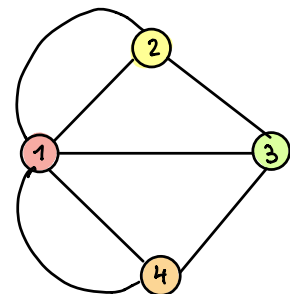
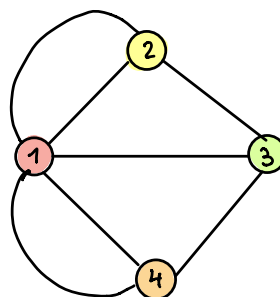
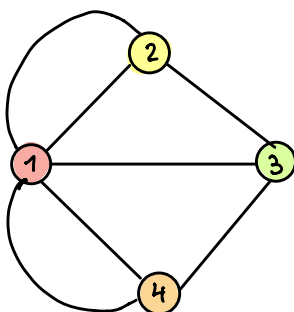
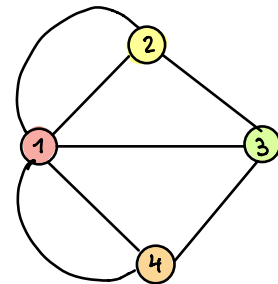
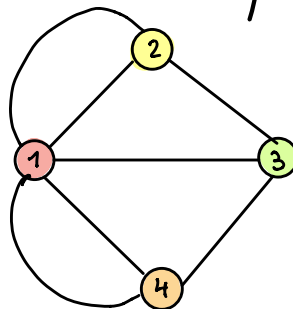
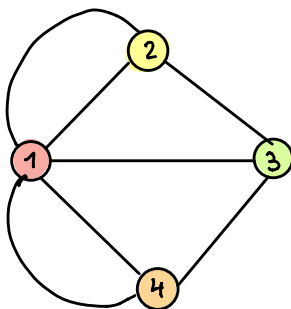
נסמן כחול את כל הקשתות
 שעברנו עליהם

נתקענו... אא אפרנו אא כל הקשתות

אבא אאלי נצליח קודק אחרת?

נסו בעצמכם:

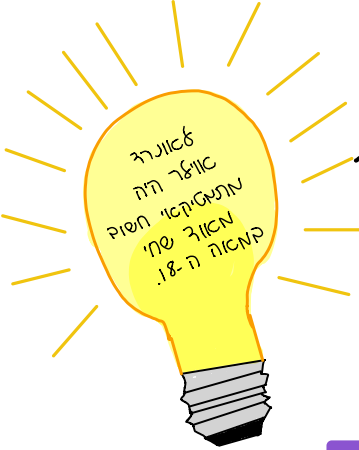
אתם יכולים לבחור באיזה קודקודי להתחיל ובאיזה מסלול לבצע,
 מבלי אלהים את העיפון מהגוף.



אם אתם הצאתם, זו אטא אנסחת כס!
אויאר הוכיח שאטא קיים מסאוא ככה.

כאלמרה: אטא נתן אצטור אטא כאל הגשרים הרצל קאי אצטור
 אטא טאל אשור פעמיים.

הוא מצטא כאל שמתאר את קיים מסאוא ככה
 אטא שמו נהרא המסאוא הנה **מסאוא אויאר**.

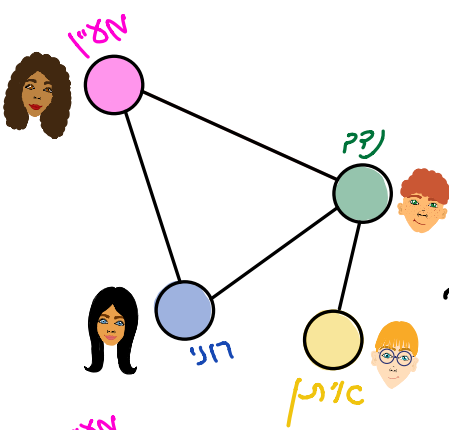
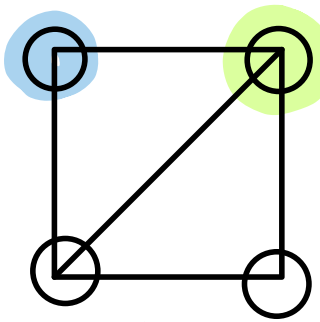


מסאוא אויאר - מסאוא הצוקר כאל השת פעם
 אחת קדיוק (קאי אהרים את העיפרון מהצל).

בשביא אמתאר טאת הלא, נכיר אושט חרש
דרעה שא קודקוד

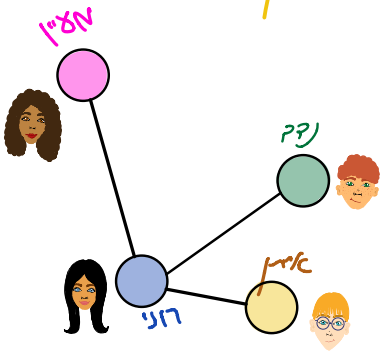
דרעה שא קודקוד היא מספר הקשתות שצמודות לקודקוד.
 אצטמא:

דרעה: 2 דרעה: 3

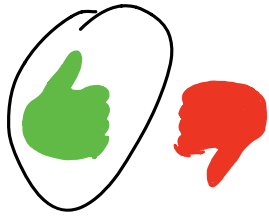


מה מייצגת **דרעה** שא קודקוד בגוף החקווית קפייסוק?

מה מייצגת **דרעה** שא קודקוד בגוף המגדים במאפה?

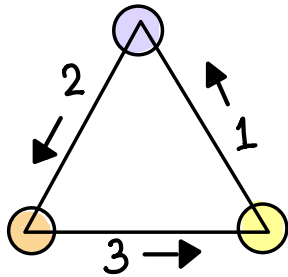


אנחנו עובדים על פתרון את בעיית הדינאמיקה הזו.
 המטרה היא למצוא את מסלול האור.



מטרה

מציאת מסלול האור.



מטרה

2

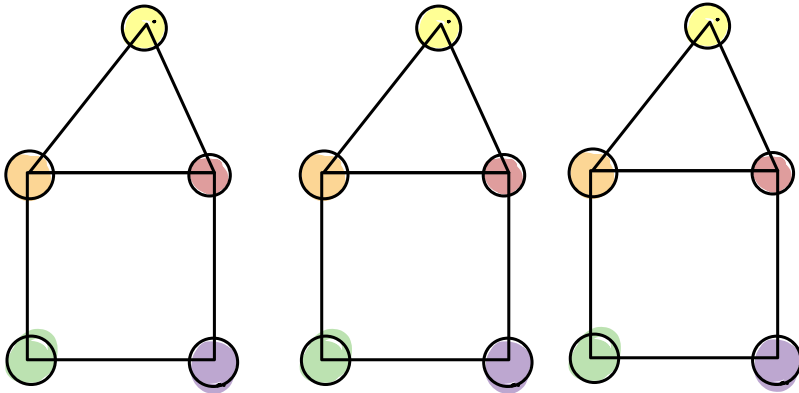
מטרה:

מטרה

2

מטרה

2



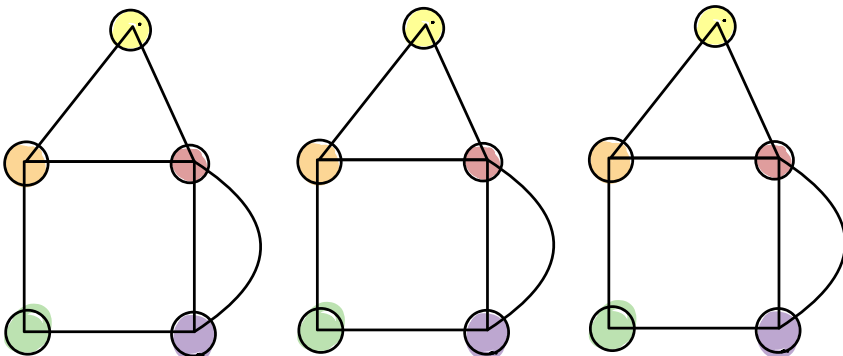
מטרה

מטרה

מטרה

מטרה

מטרה



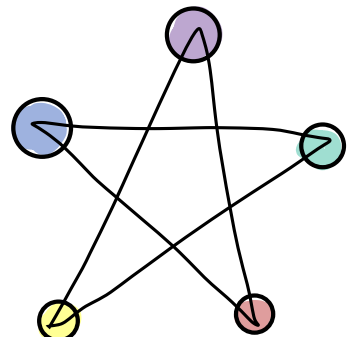
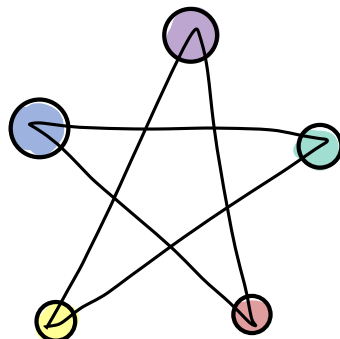
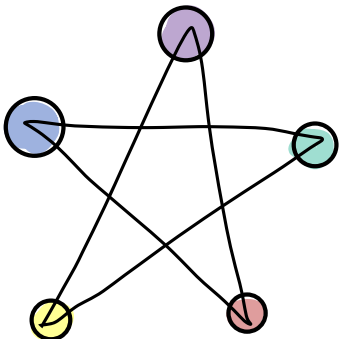
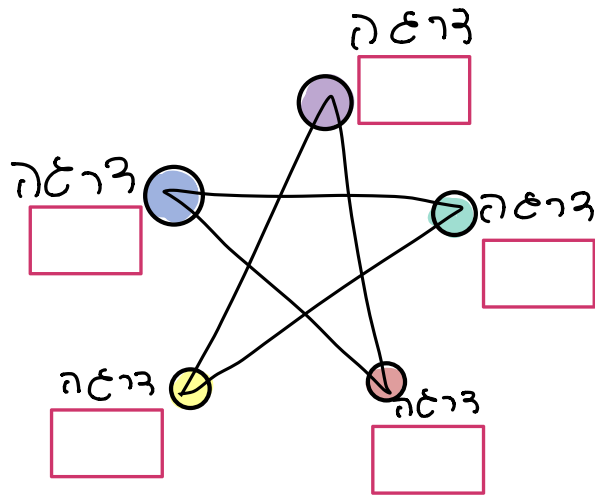
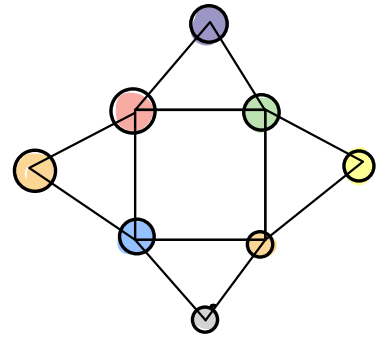
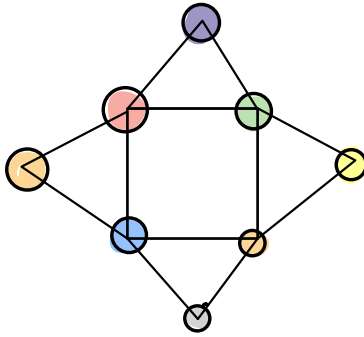
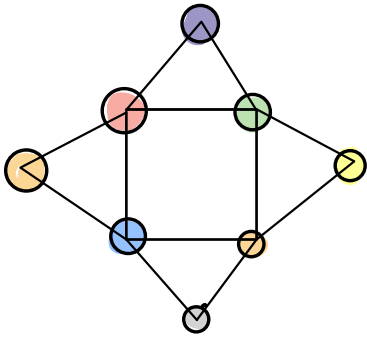
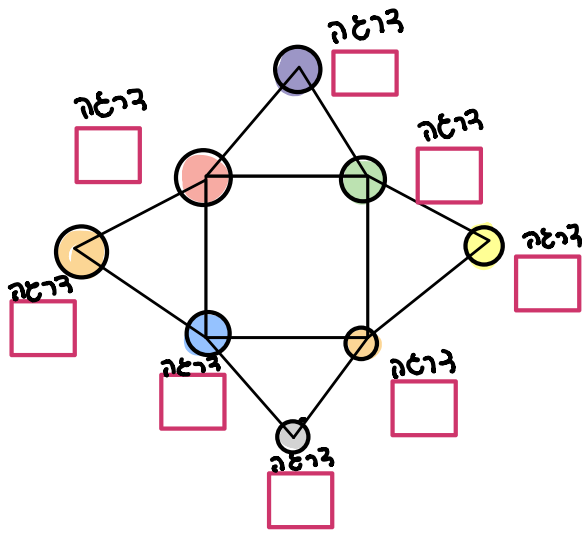
מטרה

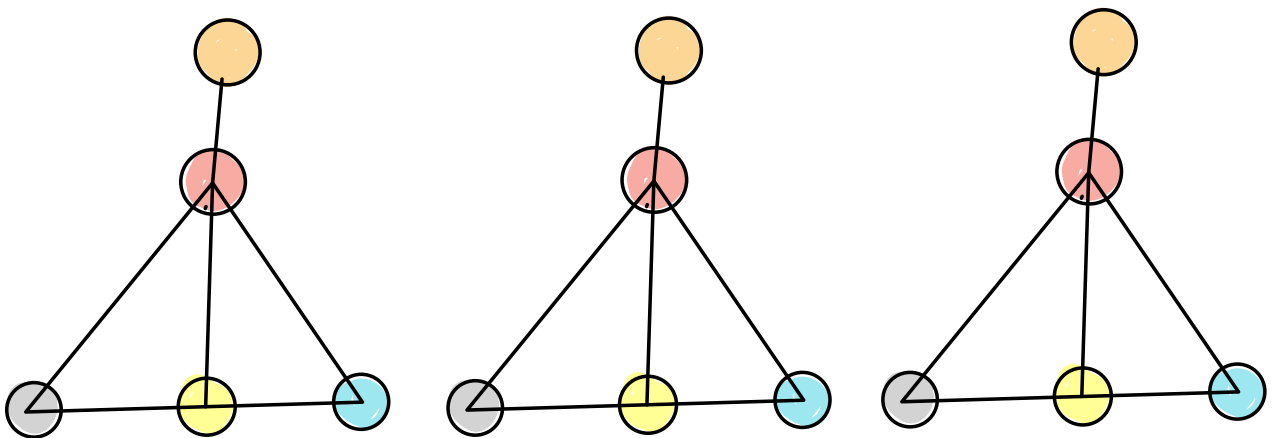
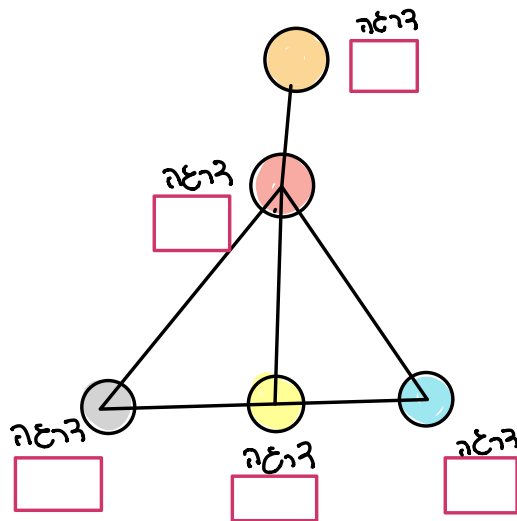
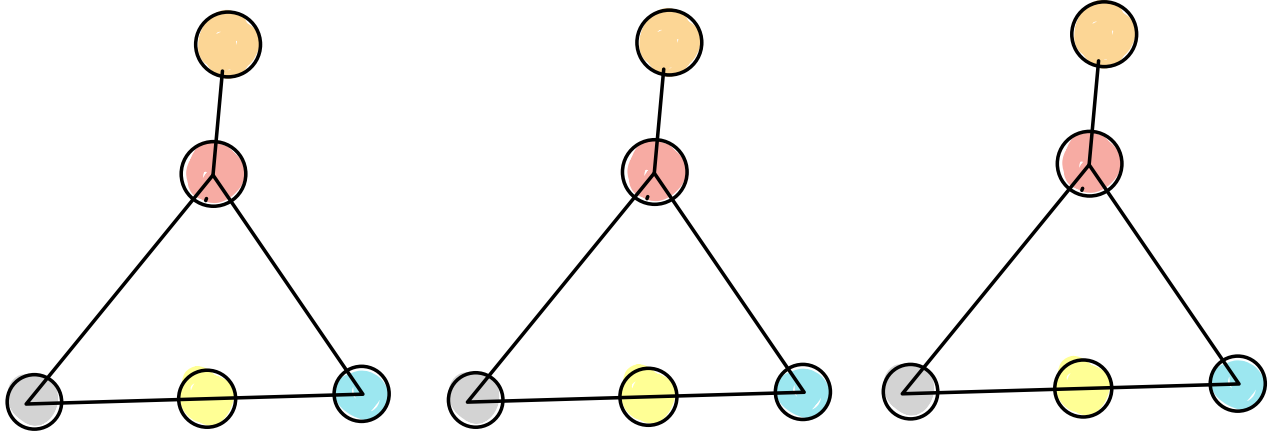
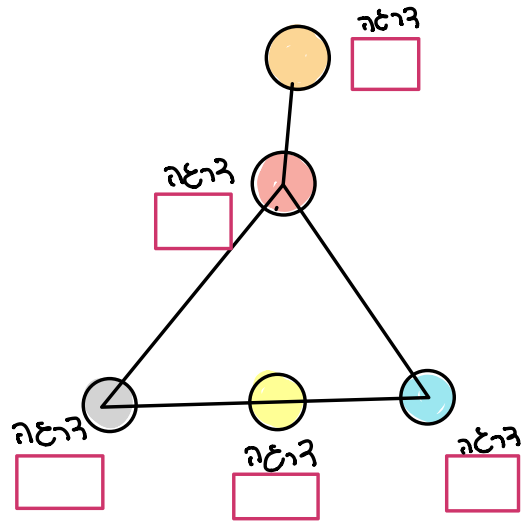
מטרה

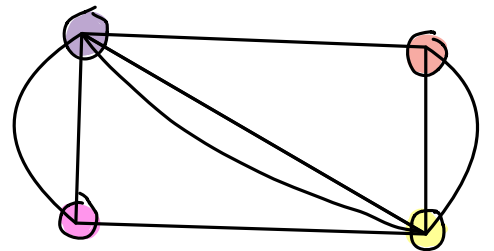
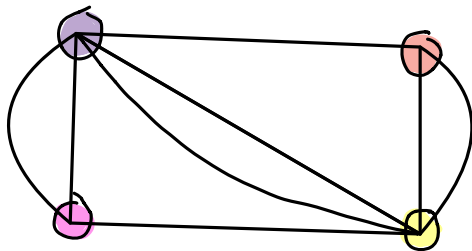
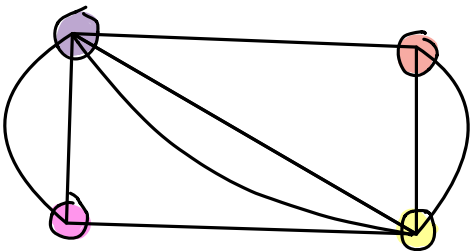
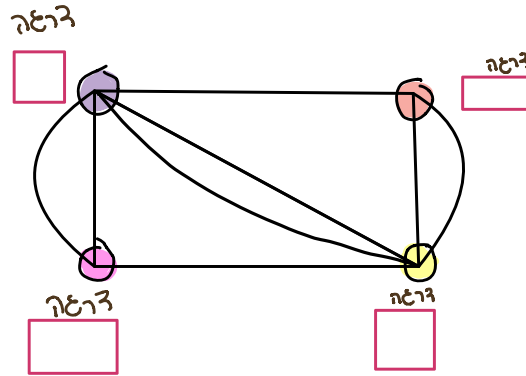
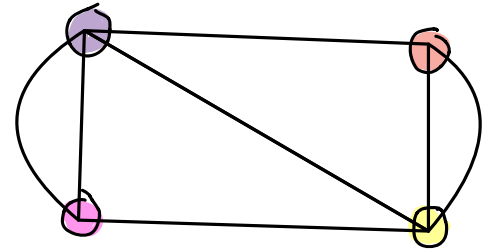
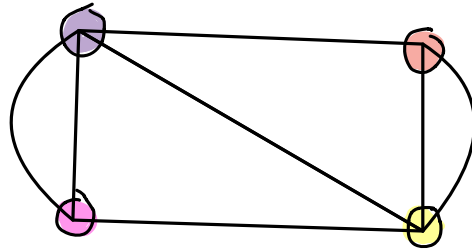
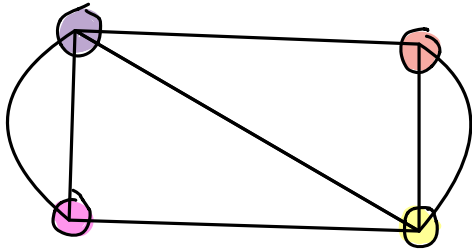
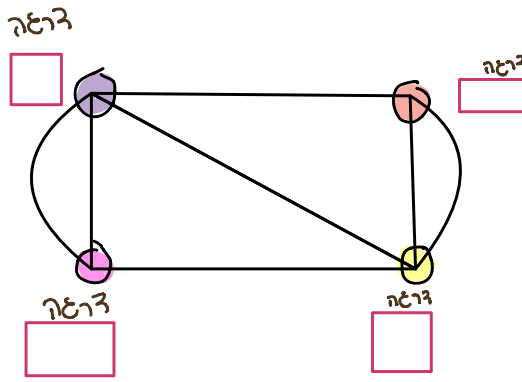
מטרה

מטרה

מטרה







הקיטו קארפוס לאמצעה ונסו אלצאות מהו הכפאל. מתי קיים מסלול אויזר קארפ.
 אס אתם צריכים רמז, הקיטו כדרעות של הקוזקוזים.
 אס אתם צריכים עוז רמז, קיזקו כמה דרעות כוליות וכמה דרעות או כוליות יש קארפוס.
 כהם קיים מסלול אויזר.

הנה הכאל:

אם

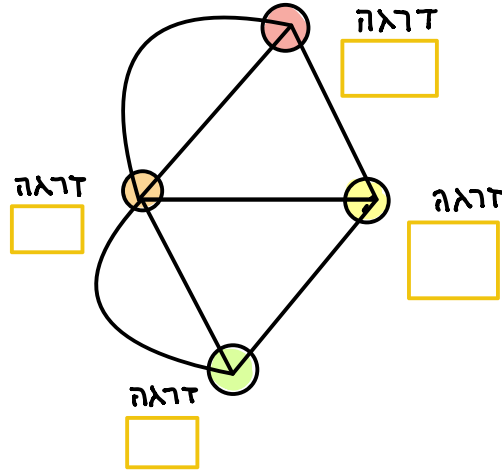
יש 0 או 2 קורקורים עם זרעה אי זוגית,

אז

קיים קשר מסלול אוילר (מסלול שצובר על כל קשת פעם אחת בדיוק).

ואם לא, אז אין קשר מסלול אוילר.

כיתבו את הדגה של כל קורקור קשר הקטן



נזכיר: זה קשר שמתאר את קצית הזשרים של קינשקורג.

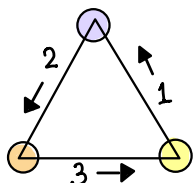
קשר זה מספר הקורקורים עם זרעות אי זוגיות הוא 4,

ואכן, הכאל שמצא אוילר, קשר זה אין מסלול אוילר.

כדי אהקין את הכאל נכיר מושג חדש: **מעגל אוילר**.

מעגל אוילר-מעגל אוילר הוא כמו מסלול אוילר (ז"א: מסלול שדובר בכל קשר בדיוק פעם

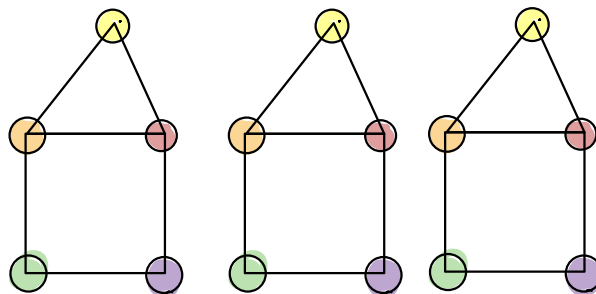
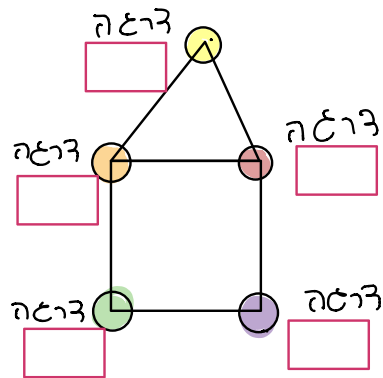
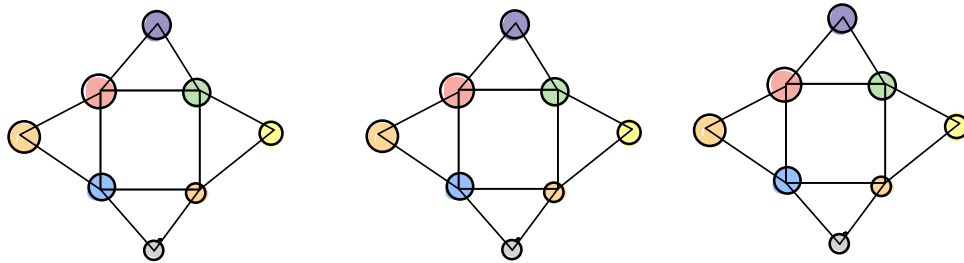
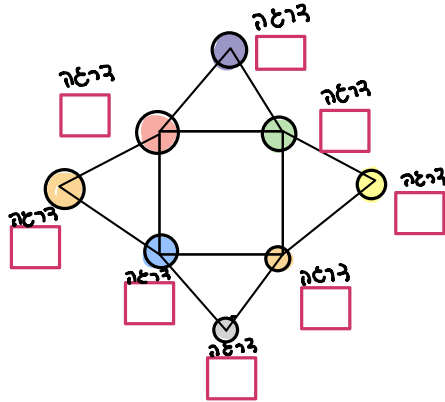
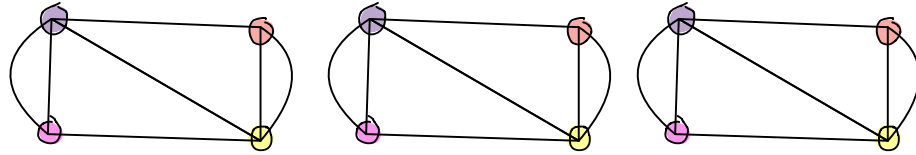
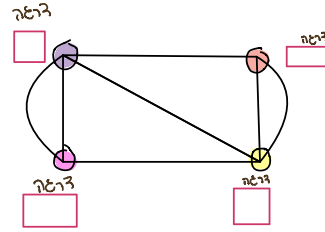
אחת), אבל הוא גם מתחיל ומסתיים באותו קורקור.



לדוגמא: זה מעגל אוילר בגוף המשולש:

הוא מתחיל ומסתיים בקורקור הבהוב.

כארכיטקט האייס כיתה את הרעות וברקו האס קיים מצאט אוילר.



האם הצבתם לזרות את הכלל? מתי קיים מעגל אויאר קשר? הנה הכלל:

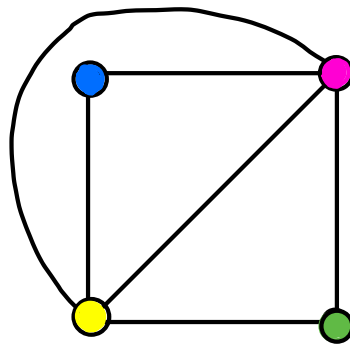
נאם זרזות כל הקורקורים קשר זוגות,

נאז קיים מעגל אויאר קשר.

ואם לא, אז אין קשר מעגל אויאר.

ננסה אהוכיח את הכלל הזה,

הפיטו קשר הקא :



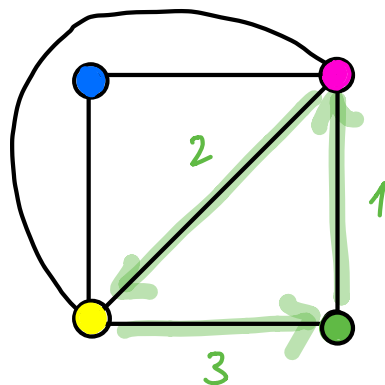
נתחיל בקורקור הירוק, ונתחיל לצייר אורק קשתות קשר.

כיוון שזרזת כל קורקור זוגית-כל קורקור שניכנס אליו פיטול

נוכל גם לצאת ממנו.

חול ממקרה אחז: המקרה שבו נחזור לקורקור הירוק. אז אפשר אהיתקע.

למשל, הפיטו במסלול הירוק הקא:



מה נעשה עכשיו? איך נמשיך?

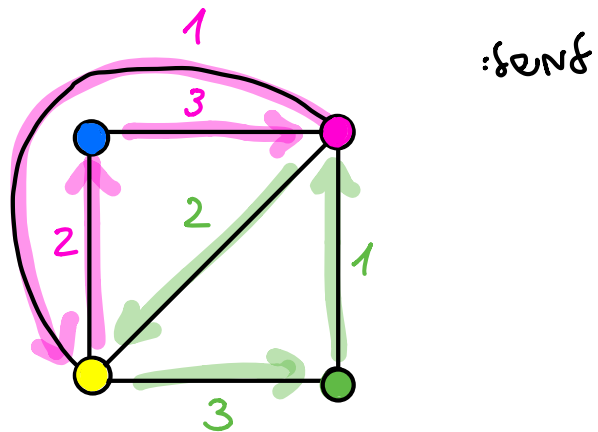
נתחיל עכשיו מקודקוד בדרך שיש ממנו צדדן קשתות שלא סיימנו עדיין.

אנחנו: הקודקוד **הירוק**, ונתחיל ממנו סוף ורוב.

כמו מקודם, אבל קודקוד שנכנס אליו בדרך נכנס גם לצאת ממנו,

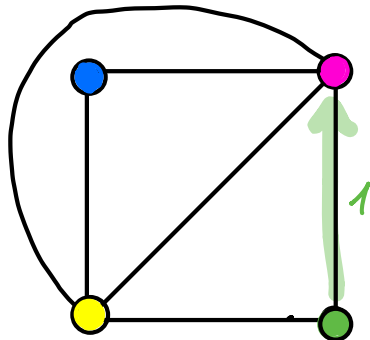
כיוון שגדלת כא קודקוד **זוגית**.

חוף ממקרה אחר: המקרה שבו חזרנו לקודקוד הירוק.



אנחנו:

עכשיו כא מה שמתר לנו לעשות זה **אשלב** אות שני המסלולים קיחד.



איך נעשה זאת?

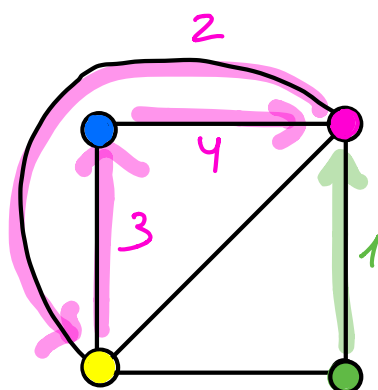
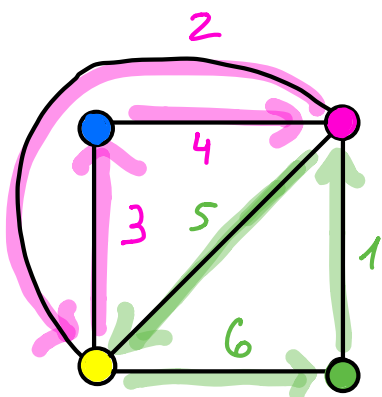
נתחיל ממסלול הירוק עכ

שנכנס לקודקוד הירוק.

ומפה נחזור בדרך המסלול הירוק.

עכשיו נעשה "מקף" לאורך המסלול הירוק,

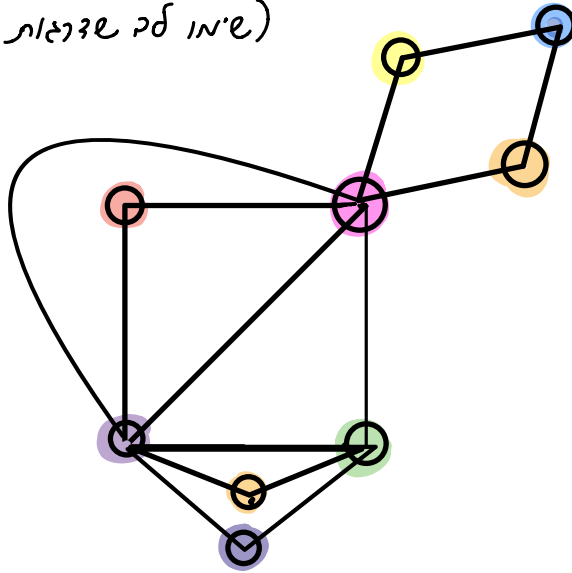
עכ שנחזור שוב לקודקוד הירוק.



הצלחנו!

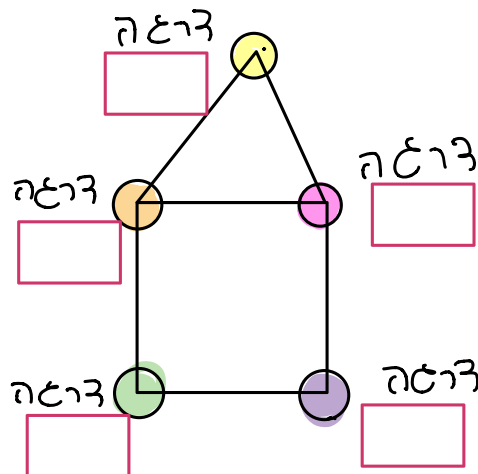
אפעמיס צרייך אכזור עא השיצוקיס האאה שוק ושוק,
אבא בככות העוצרה שברעות כא הקוצקודיס זוגית
תמיד נצאח אהתקדים בק.

נסו עכשיו ארמא אמצוא מעגא אויאר בגרף האא בעצרת השיטה שאמרנו:
(שימו לב שזוגות כא הקוצקודיס זוגיות).



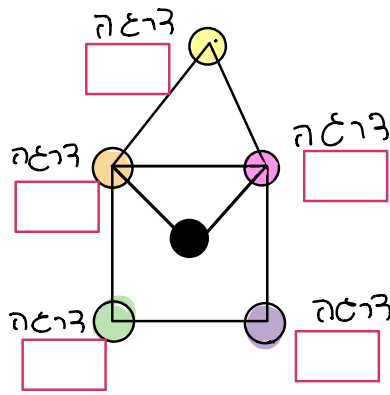
כמעט סימננו. עכשיו נשאר ענ אהבין אמה בשביא **נסאא אויאר** מותר שיהיו שני קוצקודיס
עם זרעות אי זוגיות.

אמסא: בגרף זא יש **נסאא** אויאר שמתחא בקוצקוד **הורז** ומסתיים בקוצקוד **הכתמ**
(נס אמצוא אומא).



שימון ❤️ שאא קזוק 2 הקוצקודיס עם זרעות אי זוגיות.

איך נוכיח שבמקרה ככה קיים תמיד מסלול אויאר?
 נחבר את שני הקו קודים האלה עם קווקוד חזל שמחזיר לשניהם.



אמשה: בעזרת הקודים נוסיף

את הקווקוד השמור
 ונמננו אקווקודים
 הכמוס והנוכז.

עכשיו, יש לנו גרף בו דרגות כל הקווקודים כוזגת (אותם מקינים אמה?)
 אפי הכאל שראינו אמעאה, קיים בו מעגל אויאר.

שאלה קשה:

נסו אהקין עכשיו אמה זכה אומר שבעזרת עם 2 קווקודים עם דרגות
 אי-זוגיות קיים מסלול אויאר (בדוגמא למעלה: מסלול אויאר שמחמיל)
 בקווקוד הנוכז ומסתיים בקווקוד הכמוס.

אז מה למדנו?

מסלול אויאר הוא מסלול שצוקר בכל קשת ביזוק פעם אחת.

הוא קיים בעזרת אם יש 0 או 2 קווקודים עם דרגות אי-זוגיות וכל שאר הדרגות כוזגות.

אחרת: אין מסלול ככה.

אאור שהינו את הכאל אנו מקינים אמה קבצית הזשרים של קניטסברג

אא קיים מסלול שצוקר בכל אשר ביזוק פעם אחת.

